

5. CURVAS E INTEGRAL CURVILÍNEA

5.3. Ejercicios complementarios

1. Halla la longitud de las siguientes curvas:

(a) La curva $\alpha(t) = (|t|, |t - \frac{1}{2}|)$, $t \in [-1, 1]$.

(b) El arco de hélice cónica dado por la parametrización $\alpha(t) = ae^t(\cos t, \sin t, 1)$, $a > 0$, y que va del origen de coordenadas al punto $A(a, 0, a)$.

(c) La curva parametrizada por $\alpha(t) = (\cos t, \sin t, \cos 2t, \sin 2t)$, $0 \leq t \leq 2\pi$.

2. Calcula la integral curvilínea de $f(x, y, z) = yz$ sobre la curva $\alpha(t) = (2t, t, -t)$, $t \in [-1, 2]$.

3. Halla el valor medio de la coordenada y a lo largo de la curva $\alpha(t) = (t^2, t, 3)$, $0 \leq t \leq 1$.

4. Un cable tiene la forma de la semicircunferencia $\alpha(t) = (0, a \sin t, a \cos t)$, $a > 0$, $0 \leq t \leq \pi$, y densidad uniforme $\rho = 2$. Halla su masa y centro de gravedad.

Soluciones y/o sugerencias a los ejercicios:

1. (a) $2\sqrt{2}$; (b) $a\sqrt{3}$; (c) $2\pi\sqrt{5}$.

2. $-3\sqrt{6}$.

3. $\frac{5\sqrt{5}-1}{6\sqrt{5}+3\ln(2+\sqrt{5})}$.

4. $m = 2a\pi$, y $G(0, \frac{a}{\pi}, 0)$.